

Q1. 已知矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$, 矩阵 $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$.

(1) 使用两种方法计算矩阵的乘积 AB .

(2) 计算 $A^T A$ 和 AA^T .

Q2. 已知矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 6 & 8 \end{bmatrix}$.

(1) 求置换矩阵 P , 使 PA 交换矩阵 A 的第1行和第2行.

(2) 求消元矩阵 E , 使 $U = EPA$ 成为一个上三角矩阵(即 $U_{ij} = 0$ ($i > j$)),

且 $U_{ij} \neq 0$ ($i \leq j$).

Q3. 设 A 是 $m \times n$ 矩阵, B 是 $n \times p$ 矩阵.

证明: $(AB)^T = B^T A^T$.